

DOI: 10.19333/j.mfkj.20220604607

# NURBS 曲线反算不同参数取值法在 纬平针织物仿真中的比较

常辰玉<sup>1</sup>, 卢致文<sup>1,2</sup>, 刘 锋<sup>1</sup>, 古皎霞<sup>1</sup>, 宋文芯<sup>1</sup>

(1. 太原理工大学 轻纺工程学院, 山西 晋中 030600;

2. 安徽省天助纺织科技集团股份有限公司, 安徽 阜阳 236000)

**摘要:** 为精准模拟和灵活控制纬平针织物三维仿真效果, 通过分析纬平针织物的几何结构改进成圈线圈模型, 建立纬平针织物三维结构模型, 获得线圈中心线型值点数据和纱线的结构特征。使用 Code::Blocks 开发环境、C++ 语言和 OpenGL 函数库, 基于非均匀有理 B 样条(NURBS)曲线原理, 采用均匀参数化法、弦长参数化法和向心参数化法 3 种不同的节点矢量计算方法, 反算控制点, 之后拟合曲线模拟线圈中心线, 比较使用不同节点矢量计算方法时线圈中心线结构的模拟效果, 最终得到合理通用的仿真效果, 并可根据型值点的选取情况以及各方法的特性选择合适的节点矢量计算方法。基于 NURBS 曲面原理可模拟纬平针织物纱线表面, 并增加光照与材质效果, 实现纬平针织物三维实体仿真。

**关键词:** NURBS 曲线; 纬平针织物; 节点矢量; 纬平针织物仿真; 三维模型

中图分类号: TS 184.1

文献标志码: A

## Comparison of NURBS curve inverse calculation with different parameter values in simulation of jersey fabric

CHANG Chenyu<sup>1</sup>, LU Zhiwen<sup>1,2</sup>, LIU Feng<sup>1</sup>, GU Jiaoxia<sup>1</sup>, SONG Wenxin<sup>1</sup>

(1. College of Textile Engineering, Taiyuan University of Technology, Jinzhong, Shanxi 030600, China;

2. Anhui Tianzhu Textile Science Technology Co., Ltd., Fuyang, Anhui 236000, China)

**Abstract:** In order to accurately simulate and flexibly control the 3D simulation effect of jersey fabric, the 3D structure model of jersey fabric was established by analyzing the geometric structure of jersey fabric and improving the loop model to achieve the data points of loop center line and the structural characteristics of yarn. Using Code::Blocks development environment, C++ language and OpenGL function library, based on the principle of non-uniform rational B-spline(NURBS) curve, three different node vector calculation methods, namely uniform parameterization method, chord parameterization and centripetal parameterization method, were adopted to invert the control points, and then the curve was fitted to simulate the center line of coil. By comparing the simulation effect of coil centerline structure with different calculation methods of node vector, a reasonable and general simulation effect was finally obtained, and the appropriate calculation method of node vector can be selected according to the selection of type value points and the characteristics of each method. Based on the principle of NURBS surface, the yarn surface was simulated, the light and material effect were added to realize the 3D entity simulation of the weft plain stitch.

**Keywords:** NURBS curve; weft plain stitch; knot vector; simulation; jersey fabric; 3D model

收稿日期: 2022-06-24

基金项目: 山西省青年科技研究基金(201901D211094)

第一作者: 常辰玉, 硕士生, 主要研究方向为纺织服装智能化与数字化设计, E-mail: 1767762789@qq.com。

通信作者: 卢致文, 副教授, 博士, 主要研究方向为纺织服装智能化与数字化设计, E-mail: luzhiwen@tyut.edu.cn。

纬编针织物的三维仿真对降低生产成本、加快生产效率和提高生产质量等均具有重要的现实意义,建立合理通用的纬编针织物三维结构模型是进行织物实体仿真的基础<sup>[1]</sup>。纬编针织物从二维走向三维线圈建模的进程中构建了许多仿真模型,主要分为基于皮尔斯(Pierce)模型、基于分段函数和基于样条曲线3种方法<sup>[2]</sup>。

Pierce线圈模型使用最早且应用广泛,是较经典和基础的模型,其使用圆柱表示的圈柱连接半圆环表示的针编弧和沉降弧,结构较理想化,为后续模型的研究与建立提供了基础<sup>[3]</sup>;利夫(Leaf)模型得到了线圈长度和线圈密度之间的关系<sup>[4]</sup>;芒登(Munden)模型得到了线圈长度和织物尺寸之间的关系<sup>[5]</sup>。基于Pierce模型的线圈建模方法简单有效,但其本质还是二维线圈模型,三维立体效果较弱。

为了增强线圈结构模型的三维立体效果,基于分段函数的建模方法开始被提出。Kurbak等<sup>[6]</sup>将线圈根据不同部位进行分割,每段都有其对应函数。为了贴近织物几何结构的真实形态,分段函数往往比较复杂。基于分段函数建立的线圈模型在一定程度上能够体现线圈的三维立体效果,但控制线圈弯曲变形部位时比较复杂困难,而且不能灵活地控制线圈走向,无法很好地适应纬编针织物线圈变形的需求。

贝塞尔(Bezier)曲线具有数据点控制曲线和灵活调整曲线等很多优点,但是当改变其中某一个控制点时,整条曲线都会发生变化,不利于对线圈结构的控制<sup>[7]</sup>;B样条曲线是由任意数量的曲线段组成的、分段定义的整条曲线,具有多种优良性质,并且改变一个控制点并不影响其他曲线段的形状,完全有效地控制了Bezier曲线存在的弊端;非均匀有理B样条(NURBS)曲线在保留了B样条曲线描述自由型形状的优点上,统一了Bezier曲线和B样条曲线表达曲线弧的能力,而且还引入权因子用于调整曲线形状<sup>[8]</sup>。样条曲线提供统一的表达形式且计算稳定,模拟精确且控制灵活,更加适于针织物中线圈结构的控制。丛洪莲等<sup>[9]</sup>、张丽哲等<sup>[10]</sup>和沙莎等<sup>[11]</sup>都基于NURBS曲线原理采用型值点中间添加辅助点共同代替控制点的方法控制针织物空间路径;蒙冉菊等<sup>[12]</sup>、汝欣等<sup>[13]</sup>和杨恩惠等<sup>[14]</sup>利用NURBS曲线、采用弦长参数化法确定节点矢量、使用型值点反算控制点拟合曲线建立针织物结构形态。

本文在分析了纬平针织物几何结构的基础上,简化并进行合理假设,使用改进的成圈线圈

模型组成纬平针组织三维结构模型。基于NURBS曲线原理,采用均匀参数化法、弦长参数化法和向心参数化法分别确定节点矢量,使用切矢边界条件,取定合适的权因子,反算控制点,然后拟合曲线模拟线圈中心线路径;探究使用不同节点矢量计算方法时,线圈中心线结构的模拟效果,以期当使用线圈中心线型值点反算控制点时,采用合适的计算方法确定节点矢量,对线圈中心线进行三维仿真。最后使用NURBS曲面模拟纬平针组织纱线表面,通过加入光照与材质增强织物的立体感,实现纬平针组织的三维仿真。

## 1 纬平针组织三维模型的建立

线圈是针织物的基本结构单元,要建立纬平针组织的三维结构模型,首先需要得到纬平针组织线圈的三维立体模型,通过线圈组合与连接形成纬平针组织三维结构模型。

### 1.1 成圈线圈三维模型

成圈线圈的几何结构是左右对称的,其左半部分又关于中心对称,因此可以对成圈线圈进行分解,成圈线圈分解如图1中点段式虚线所示。

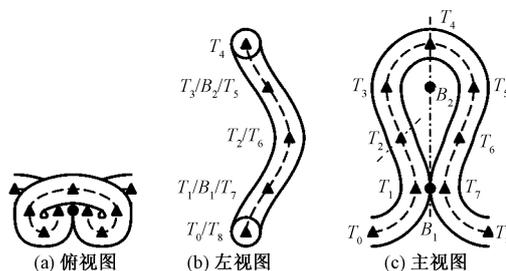


图1 成圈线圈三维模型三视图

Fig. 1 Knit loop 3D model. (a) Vertical view; (b) Left view; (c) Front View

根据成圈线圈的结构特点,通过纬平针织物中成圈线圈纱线走向,以及交织点和型值点表示位置,得到如图1所示的成圈线圈三维模型三视图。在线圈的相互嵌套处设置交织点<sup>[15]</sup>,如图1中圆点 $B_1$ 和 $B_2$ 标识处所示,线圈的上下部分各有1个交织点,分别表示该线圈与上下1行相应线圈相互嵌套的位置;在线圈中心线上设置型值点表示线圈结构,如图1中三角点标识处所示, $T_0$ 和 $T_8$ 分别表示该线圈与左右侧线圈连接处,即沉降弧最低处, $T_1$ 和 $T_7$ 表示沉降弧与圈柱连接处, $T_2$ 和 $T_6$ 表示圈柱中点, $T_3$ 和 $T_5$ 表示针编弧和圈柱连接处, $T_4$ 表示针编弧最高处。

### 1.2 纬平针组织三维模型

对纬平针织物进行实物观察、测量与分析,简化

纬平针组织结构并做出相应假设,通过基本单元线圈的组合与连接得到如图 2 所示的纬平针组织三维模型三视图。图 2 中设置线圈半径用  $r$  表示,线圈宽度用  $D$  表示,线圈高度用  $H$  表示。从图 2 的结构分析和数据标识可以得出,线圈宽度  $D$  为 4 个线圈直径,即  $8r$ ;线圈高度  $H$  由针编弧、沉降弧和圈柱的高度构成,针编弧和沉降弧的高度都为 2 个线圈直径,即  $4r$ ,圈柱的高度可以移植为 2 个交织点之间的高度,而 2 个交织点之间的水平空间包含上 1 行线圈的沉降弧和下 1 行线圈的针编弧,由于上 1 行线圈的沉降弧和下 1 行线圈的针编弧在水平空间上存在 1 个线圈半径  $r$  的重叠,所以 2 个交织点之间的高度为  $3r+r+3r$ ,得到线圈高度  $H=4r+3r+r+3r+4r=15r$ ;线圈相互嵌套时在纬平针组织厚度上为 2 个线圈直径,且存在 1 个线圈半径  $r$  的弯曲弧度缝隙,则其厚度为  $4r+r=5r$ 。

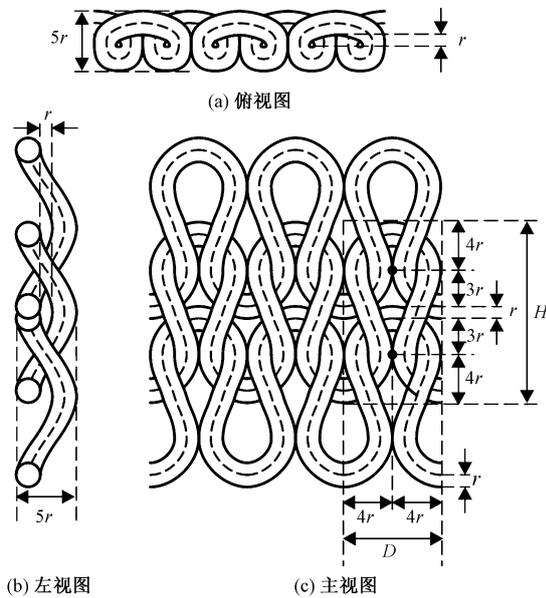


图 2 纬平针组织三维模型三视图

Fig. 2 Weft plain stitch 3D model.

(a) Vertical view; (b) Left view; (c) Front View

## 2 基于 NURBS 曲线线圈中心线生成

NURBS 曲线有统一表达形式,且具有改变任意 1 个控制点而不影响其他曲线段形状结构的优点,且其计算更加方便稳定、控制更加灵活明显。

### 2.1 NURBS 曲线

一条  $k$  次 NURBS 曲线可以表示为分段有理多项式矢函数:

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u) w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u) w_i} \quad (1)$$

式中:

$$\begin{cases} N_{i,0} = \begin{cases} 1, & \text{当 } u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ N_{i,k}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+k+1} - u} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+k} - u}{u_{i+k} - u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u) \\ \text{规定 } \frac{0}{0} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式(1)(2)中:  $N_{i,k}(u)$  是由节点矢量  $U = [u_0, u_1, \dots, u_{n+k+1}]$  计算确定的  $k$  次规范 B 样条基函数;  $w_i$  是权因子,分别与控制点  $P_i$  相联系,  $i = 0, 1, \dots, n$ ,  $n$  表示数据点数量<sup>[16]</sup>。

NURBS 曲线在实际的应用过程中可以分为 2 种情况:一种是正算问题,即已知控制点求解曲线上的型值点并生成曲线;另一种情况是反算问题,即已知曲线上的型值点求解曲线的控制点,拟合通过已知型值点的曲线<sup>[17]</sup>。

### 2.2 三次 NURBS 曲线反算方法

通过建立纬平针组织三维模型,设定交织点  $B_1$  的三维坐标为  $(x, y, z)$ ,则交织点  $B_2$  的三维坐标为  $(x, y+7r, z)$ ,可以给出线圈中心线上的 1 组型值点坐标如表 1 所示。

表 1 成圈线圈中心线型值点坐标表

Tab. 1 Coordinate table of knit loop center line data point

型值点	三维坐标
$T_0$	$(x-4r, y-3r, z-1.5r)$
$T_1$	$(x-r, y, z)$
$T_2$	$(x-2r, y+3.5r, z+1.5r)$
$T_3$	$(x-3r, y+7r, z)$
$T_4$	$(x, y+10r, z-1.5r)$
$T_5$	$(x+3r, y+7r, z)$
$T_6$	$(x+2r, y+3.5r, z+1.5r)$
$T_7$	$(x+r, y, z)$
$T_8$	$(x+4r, y-3r, z-1.5r)$

构造通过该组型值点的曲线,需要反算出控制点并拟合 NURBS 曲线使其完全通过线圈中心线型值点,这个过程称为曲线的反算,一般包括如图 3 中 3 个步骤。

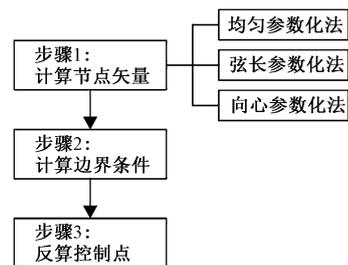


图 3 NURBS 曲线反算步骤图

Fig. 3 NURBS curve reverse calculation steps



### 2.3 线圈中心线模拟生成

在操作系统为 Windows10 64 位、CPU 为 AMD Ryzen 7 5800 H with Radeon Graphics 3.20GHz、内存为 16 G、显示器分辨率为 2 560 像素×1 600 像素的实验环境中,使用 Code::Blocks 集成开发环境、C++ 语言和 OpenGL 函数库,借助计算机实现的程序流程图如图 4 所示。通过输入给定任意 1 个交织点的三维坐标以及给定线圈半径,并给出想要绘制线圈中心线的行数与列数,以及给出想要使用的节点矢量计算方法;根据纬平针组织三维模型计算得到线圈中心线型值点的坐标;分别使用均匀参数化法、弦长参数化法和向心参数化法 3 种方法进行计算节点矢量;采用切矢条件计算边界条件;取权因子  $w_i = 1 (i = 0, 1, \dots, n + 2)$  反算控制点;最后输出使用控制点拟合 NURBS 曲线模拟的线圈中心线,以及计时器记录的从输入结束到此刻所使用的时间。

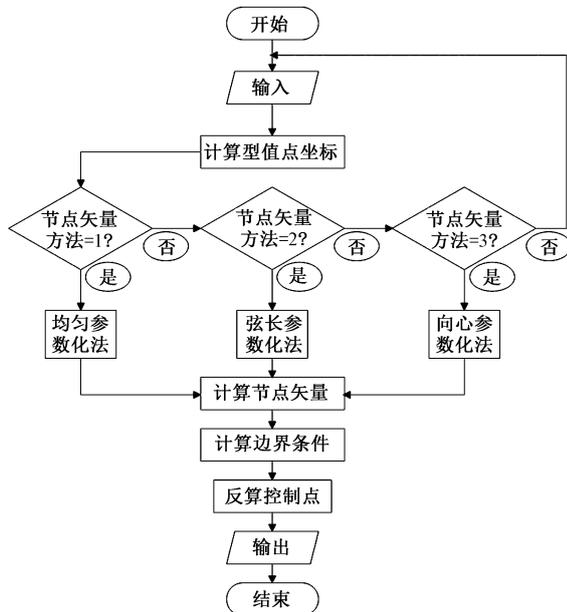


图 4 程序流程图  
Fig. 4 Program flow

### 2.4 线圈中心线模拟比较分析

使用 3 种参数化法计算节点矢量,最终得到的线圈中心线模拟效果三视图如图 5 所示。图中方块点标识处是型值点的位置,其中图 5(d)是图 5(a)、图 5(b)和图 5(c)的重叠效果图,图 5(e)是使用 3 种节点矢量计算方法模拟的纬平针组织 3×3 线圈中心线重叠效果图。

分析图 5 得知,采用均匀参数化法、弦长参数化法和向心参数化法 3 种方法分别计算节点矢量,得到的线圈中心线都通过型值点,得到的模拟效果图重叠时线圈中心线路径走向高度重合,并且模拟效果与纬平针组织三维模型线圈中心线结构一致。

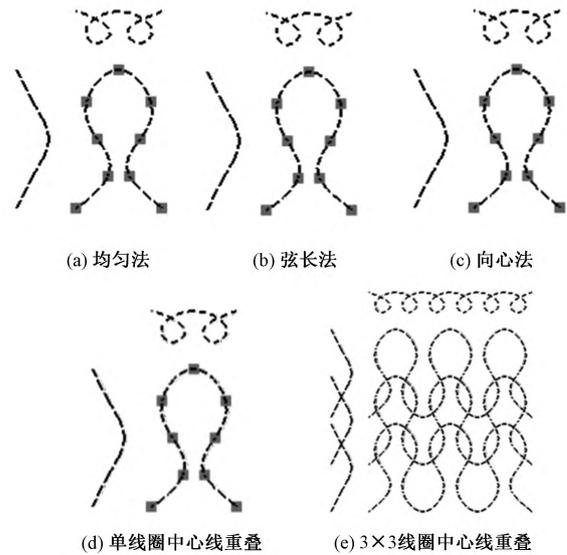


图 5 线圈中心线模拟效果三视图

Fig. 5 Loop center line simulation. (a) Uniform parameterization method; (b) Chord parameterization method; (c) Centripetal parameterization method; (d) Single loop center line overlap; (e) 3×3 loop center line overlap

分别使用 3 种节点矢量计算方法模拟绘制 20 次 50×50 的线圈中心线,得到平均每次所用时间,3 组实验的结果如表 2 所示。

表 2 绘制时间结果表

实验组别	均匀法	弦长法	向心法
实验 1	0.307 9	0.307 2	0.306 9
实验 2	0.304 2	0.303 9	0.307 1
实验 3	0.307 3	0.307 9	0.308 2

分析表 2 可知:实验 1 中平均每次绘制时间最短的是使用向心参数化法,为 0.306 9 s;实验 2 中平均每次绘制时间最短的是使用弦长参数化法,为 0.303 9 s;实验 3 中平均每次绘制时间最短的是使用均匀参数化法,为 0.307 3 s;采用 3 种方法进行计算节点矢量,模拟绘制的线圈中心线速度快速且没有明显的时间差异。

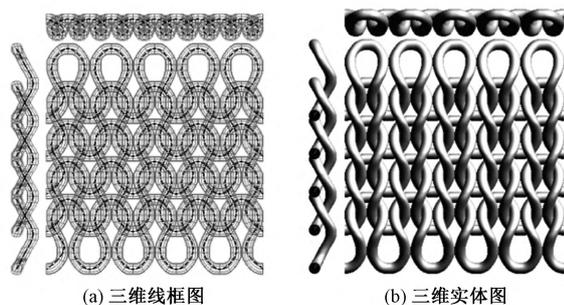
基于以上模拟效果和实验数据进行相应分析,得知使用的 3 种节点矢量计算方法,通过已知线圈中心线上的型值点反算控制点,拟合 NURBS 曲线模拟线圈中心线具有合理通用的效果。考虑到各节点矢量计算方法的特性,建议当选取型值点的多边形弦长基本相等时,为简便计算可选用均匀参数化法确定节点矢量;当选取型值点的多边形弦长相差较大时,为体现各弦长的分布情况可选用弦长参数化法确定节点矢量;当选取型值点相邻弦线折拐较大时,为反映其折拐情况可选用向心参数化法确定

节点矢量。

### 3 纬平针组织三维仿真的实现

本文设定纬平针织物纱线是具有圆形截面的均匀管状,纬平针组织的三维实体仿真通过 NURBS 曲面进行模拟。采用 NURBS 曲面模拟线圈的立体结构时,NURBS 曲面 2 个方向的参数分别由线圈截面圆和线圈中心线决定;得到线圈截面圆和线圈中心线 2 个方向的控制点,2 个方向相对应的节点矢量都采用均匀参数化法进行确定。通过 NURBS 曲面的相关函数绘制曲面模拟纬平针组织纱线表面,运用光照与材质相关函数增强纬平针组织三维实体仿真的效果。

纬平针组织三维仿真模拟图如图 6 所示,从三维线框图中可以看出,黑色虚线的线圈中心线位于线框图的中心位置;从三维实体图中可以看出,其结构形态与纬平针组织三维结构模型一致,且具有良好的模拟效果。



(a) 三维线框图

(b) 三维实体图

图 6 纬平针组织三维仿真模拟图

Fig. 6 Weft plain stitch 3D simulation.

(a) 3D wireframe; (b) 3D entity

### 4 结 论

通过深入研究针织物成圈线圈几何结构模型并进行改进,获得了纬平针组织线圈的三维立体模型,然后通过线圈组合与连接形成了纬平针组织三维结构模型。根据纬平针组织三维结构模型合理设定交织点位置,得出线圈中心线上型值点坐标,基于非均匀有理 B 样条(NURBS)曲线反算原理采用均匀参数化法、弦长参数化法和向心参数化法 3 种不同的节点矢量计算方法,对纬平针组织线圈中心线进行三维建模仿真,最后得到了合理通用的仿真效果,并考虑各节点矢量计算方法的特性,根据型值点的选取情况做出了相应方法的选取建议。基于 NURBS 曲面原理,增加光照与材质效果,对纬平针组织进行三维实体仿真,得到了结构上贴近实际纬平针织物的模拟效果。为 NURBS 曲线曲面实现纬平针织物的仿真模拟提供了对比验证与数据参考。

### 参考文献:

- [ 1 ] 汪秀琛. 基于线圈模型的羊毛衫花型仿真模拟[J]. 毛纺科技, 2009, 37(12):51-54.  
WANG Xiuchen. Pattern simulation of sweater based on loop model[J]. Wool Textile Journal, 2009, 37(12): 51-54.
- [ 2 ] 沙莎, 蒋高明. 纬编针织物三维模拟技术的研究现状与发展趋势[J]. 纺织学报, 2016, 37(11): 166-172.  
SHA Sha, JIANG Gaoming. Research status and development trend of 3-D simulation technology for weft knitted fabric[J]. Journal of Textile Research, 2016, 37(11):166-172.
- [ 3 ] PEIRCE F T. Geometrical principles applicable to the design of functional fabrics [J]. Textile Research Journal, 1947, 17(3):123-147.
- [ 4 ] LEAF G V. Models of the plain-knitted loop [J]. Journal of The Textile Institute, 1960, 51(2):49-58.
- [ 5 ] MUNDEN D L. Geometry and dimensional properties of plain-knit fabrics[J]. Journal of The Textile Institute, 1959,50(7):448-471.
- [ 6 ] KURBAK A, ALPYIDIZ T. A geometrical model for the double lacoste knits [J]. Textile Research Journal, 2008, 78(3):232-247.
- [ 7 ] BEZIER P E. Numerical control-mathematics and applications [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1972, 6(3):240-456.
- [ 8 ] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条[M]. 北京:高等教育出版社, 2001.  
SHI Fazhong. Computer aided geometric design and non-uniform rational B-spline [M]. Beijing: Higher Education Press, 2001.
- [ 9 ] 丛洪莲, 葛明桥, 蒋高明. 基于 NURBS 曲面的经编针织物三维模型[J]. 纺织学报, 2008, 29(11): 132-136.  
CONG Honglian, GE Mingqiao, JIANG Gaoming. 3D modeling for warp knitted fabric based on NURBS[J]. Journal of Textile Research, 2008, 29(11):132-136.
- [ 10 ] 张丽哲, 蒋高明, 高卫东. 经编组织的三维仿真与动态实现[J]. 纺织学报, 2009, 30(2):125-129.  
ZHANG Lizhe, JIANG Gaoming, GAO Weidong. 3D simulation and dynamic realization of warp-knitted structure [J]. Journal of Textile Research, 2009, 30(2):125-129.
- [ 11 ] 沙莎, 蒋高明, 张爱军, 等. 纬编针织物线圈建模与变形三维模拟 [J]. 纺织学报, 2017, 38(2): 177-183.  
SHA Sha, JIANG Gaoming, ZHANG Aijun, et al. Three-dimensional modeling and deformation for weft knitted fabric loops[J]. Journal of Textile Research, 2017, 38(2):177-183.
- [ 12 ] 蒙冉菊, 方园. NURBS 样条曲线纬编针织物线圈结构的建模分析[J]. 浙江理工大学学报(自然科学版), 2007, 24(3):219-224.  
MENG Ranju, FANG Yuan. Modeling and analysis of coil structure of NURBS spline curve weft knitted fabric [J]. Journal of Zhejiang Sci-Tech University (Natural Sciences Edition), 2007, 24(3):219-224.

- [13] 汝欣, 彭来湖, 吕明来, 等. 纬编针织物几何建模及其算法[J]. 纺织学报, 2018, 39(9):44-49.  
RU Xin, PENG Laihu, LÜ Minglai, et al. Modelling and algorithm of weft knitted fabric [J]. Journal of Textile Research, 2018, 39(9):44-49.
- [14] 杨恩惠, 邱华, 代文杰. 基于六边形网格结构的针织物三维建模[J]. 纺织学报, 2019, 40(11):69-74.  
YANG Enhui, QIU Hua, DAI Wenjie. Three-dimensional modeling and analysis of knitted fabric based on hexagonal mesh structure [J]. Journal of Textile Research, 2019, 40(11):69-74.
- [15] 卢致文. 横编针织物 CAD 系统研究与实现[D]. 无锡: 江南大学, 2016.  
LU Zhiwen. Investigation and realization of computer aided design system for flat-knitted fabric [D]. Wuxi: Jiangnan University, 2016.
- [16] 彭小军. 曲线曲面的 NURBS 造型技术与数控仿真[D]. 西安: 长安大学, 2013.  
PENG Xiaojun. Modeling technology of curve and surface on NURBS and numerical simulation [D]. Xi'an: Chang'an University, 2013.
- [17] 王少俊. 基于计算机视觉技术的纬编针织物三维仿真研究[D]. 杭州: 浙江理工大学, 2012.  
WANG Shaojun. Simulation research on three-dimensional fabric of weft knitted based on computer vision technology [D]. Hangzhou: Zhejiang Sci-Tech University, 2012:30-34.
- [18] 陈燕丽. NURBS 复杂自由曲面造型方法的研究[D]. 西安: 长安大学, 2014.  
CHEN Yanli. Study on modeling method of NURBS complex free surface [D]. Xi'an: Chang'an University, 2014.